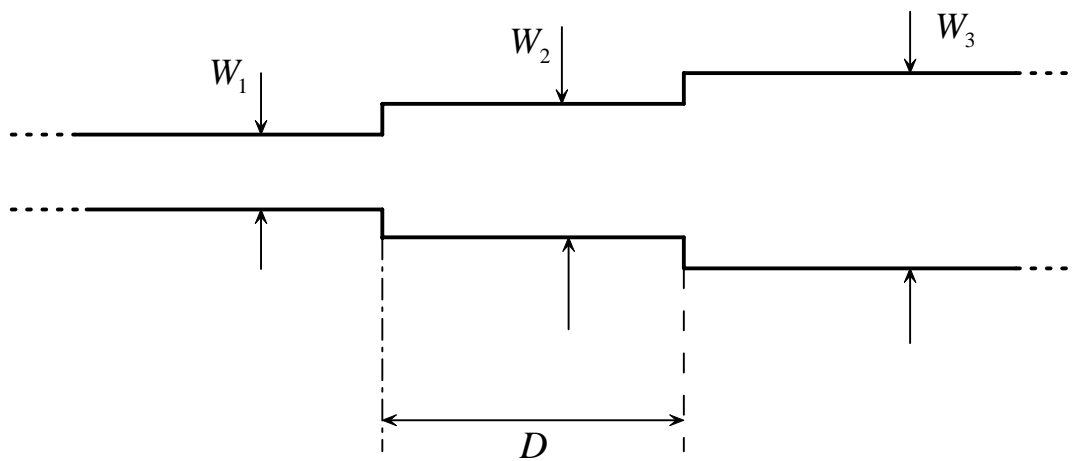


# ESERCIZIO 14 - TUTORATO PROPAGAZIONE A.A. 06/07

22-23/05/2007

Esercizio 2 (10 punti / 18)

Prova scritta di propagazione (parte 2) - 10 02 2004



$$f = 9 \text{ GHz} \quad h = 0.7 \text{ mm} \quad \epsilon_r = 2.2 \quad W_1 = 0.95 \text{ mm} \quad W_3 = 2.1 \text{ mm}$$

Nella microstrip di figura si determini il valore di  $W_2$  ed il valore minimo di  $D$  per avere massimo trasferimento di potenza a destra. Si trascurino del tutto gli effetti della dispersione.

## SOLUZIONI

$$W_2 = 1.433 \text{ mm}$$

$$D = 6.133 \text{ mm}$$

## Svolgimento:

Noto il substrato e la larghezza fisica delle strisce 1 e 3 si può eseguire l'analisi statica ( o bassa frequenza, cioè non considerando eventuali effetti di dispersione ) delle stesse. Significa in pratica calcolare le costanti secondarie  $\beta$  e  $Z_0$ , delle linee equivalenti alle strisce.

Prima di tutto si calcolano la costante dielettrica efficace e la larghezza efficace delle due striscie; siamo nelle condizioni in cui vale  $W_1 > h$  e  $W_3 > h$ , quindi per entrambe le strisce si usano le seguenti:

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{h}{W}}} \right]$$

$$W_e = W + \left[ 1.393 + 0.667 \cdot \ln \left( \frac{W}{h} + 1.444 \right) \right] \cdot h$$

Si ottiene dunque:

$$\varepsilon_{e1} = \frac{2.2 + 1}{2} + \frac{2.2 - 1}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{0.7 \text{ mm}}{0.95 \text{ mm}}}} \right] = 1.791$$

$$\varepsilon_{e3} = \frac{2.2 + 1}{2} + \frac{2.2 - 1}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{0.7 \text{ mm}}{2.1 \text{ mm}}}} \right] = 1.868$$

$$W_{e1} = 0.95 \text{ mm} + \left[ 1.393 + 0.667 \cdot \ln \left( \frac{0.95 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 1.444 \right) \right] \cdot 0.7 \text{ mm} = 2.406 \text{ mm}$$

$$W_{e3} = 2.1 \text{ mm} + \left[ 1.393 + 0.667 \cdot \ln \left( \frac{0.95 \text{ mm}}{2.1 \text{ mm}} + 1.444 \right) \right] \cdot 0.7 \text{ mm} = 3.771 \text{ mm}$$

Tali parametri ci permettono di calcolare le costanti secondarie delle linee equivalenti alle due strisce attraverso le due formule di analisi:

$$\beta = \beta_0 \cdot \sqrt{\varepsilon_e} = \frac{\omega}{c_0} \cdot \sqrt{\varepsilon_e}$$

$$Z_0 = \frac{\zeta}{\sqrt{\varepsilon_e}} \cdot \frac{h}{W_e}$$

Facendo i calcoli:

$$\beta_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} \cdot \sqrt{1.791} = 252.278 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\beta_1} = 24.906 \text{ mm}$$

$$\beta_3 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} \cdot \sqrt{1.868} = 257.648 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda_3 = \frac{2 \cdot \pi}{\beta_3} = 24.387 \text{ mm}$$

$$Z_{01} = \frac{377 \, \Omega}{\sqrt{1.791}} \cdot \frac{0.7 \, mm}{2.406 \, mm} = 81.952 \, \Omega$$

$$Z_{03} = \frac{377 \, \Omega}{\sqrt{1.868}} \cdot \frac{0.7 \, mm}{3.771 \, mm} = 51.191 \, \Omega$$

Fatta l'analisi delle strisce in condizioni statiche ( o bassa frequenza), occorre, qualora necessario, fare l'analisi anche per tenere conto degli effetti della dispersione che si presentano a elevata frequenza.

La dispersione può essere trascurata se valgono le condizioni:

$$G \cdot \frac{f^2}{f_p^2} \leq 0.02$$

$$G_M \cdot \frac{f^2}{f_g^2} \leq 0.06$$

Nell'esercizio in oggetto viene richiesto di trascurare in ogni caso la dispersione (in realtà facendo i calcoli si scopre che occorrerebbe tenere conto della dispersione sulla costante dielettrica equivalente non essendo verificata la prima delle due condizioni sopra).

Prima di passare alla sintesi della striscia 2, quesito dell'esercizio, è utile calcolare l'allungamento di terminazione aperta di entrambe le strisce che serviranno nel seguito per il calcolo degli allungamenti ( e/o accorciamenti) nelle discontinuità.

Ricordando che

$$\Delta \ell = \left[ 0.412 \cdot \frac{\epsilon_e + 0.3}{\epsilon_e - 0.258} \cdot \frac{\frac{W}{h} + 0.264}{\frac{W}{h} + 0.8} \right] \cdot h$$

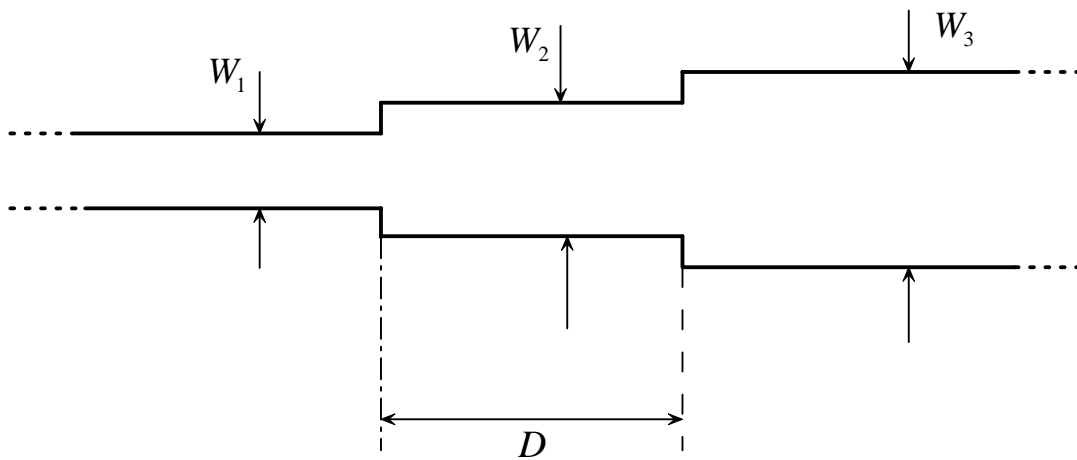
si ha:

$$\Delta \ell_1 = \left[ 0.412 \cdot \frac{1.791 + 0.3}{1.791 - 0.258} \cdot \frac{\frac{0.95 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 0.264}{\frac{0.95 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 0.8} \right] \cdot 0.7 \text{ mm} = 0.296 \text{ mm}$$

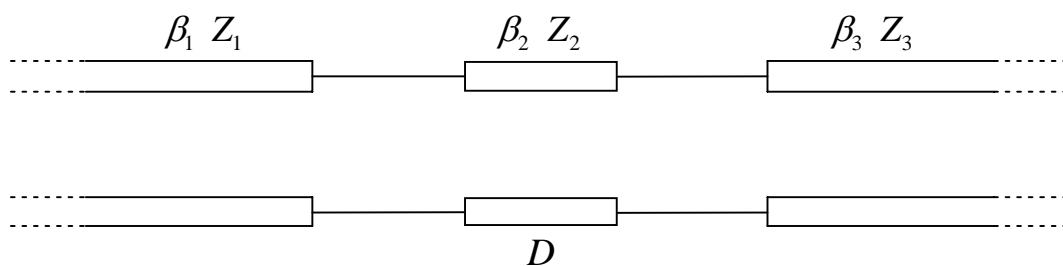
$$\Delta \ell_3 = \left[ 0.412 \cdot \frac{1.868 + 0.3}{1.868 - 0.258} \cdot \frac{\frac{2.1 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 0.264}{\frac{2.1 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 0.8} \right] \cdot 0.7 \text{ mm} = 0.333 \text{ mm}$$

Calcolati tutti i parametri sopra, si può procedere alla sintesi della seconda linea.

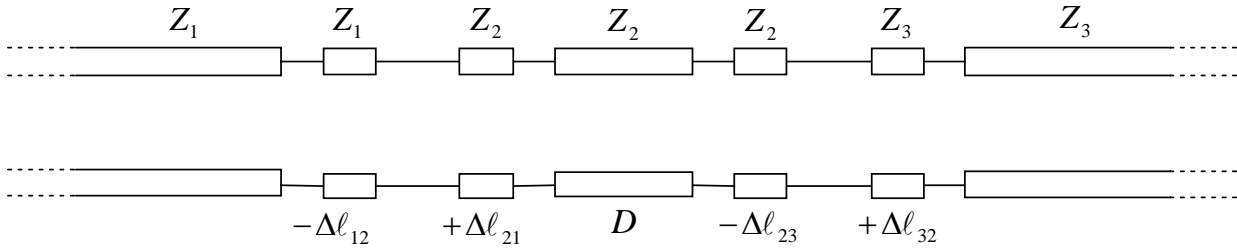
Ricordando la struttura fisica del circuito in microstriscia:



In linea di massima si avrà un circuito equivalente in linea di trasmissione del tipo:



ma tenendo conto che occorre considerare anche gli eventuali allungamenti e accorciamenti presenti nelle discontinuità si avrà:



Il massimo trasferimento di potenza si ha, per la configurazione circuitale in figura, quando la linea centrale è lunga  $\lambda_2/4$ , e l'impedenza di linea vale:

$$D + \Delta\ell_{21} - \Delta\ell_{23} = \frac{\lambda_2}{4}$$

$$Z_{02} = \sqrt{Z_{01} \cdot Z_{03}}$$

Si ricava immediatamente il valore dell'impedenza della seconda linea:

$$Z_{02} = \sqrt{81.952 \cdot 51.191} = 64.771 \text{ } \Omega$$

Una volta nota l'impedenza della linea equivalente, attraverso le formule di sintesi è possibile calcolare la larghezza della microstriscia corrispondente. Poiché esistono due differenti formule di sintesi occorre verificare, per discriminare l'una o l'altra, la condizione:

$$Z_{02} \sqrt{\epsilon_{e2}} > 89.91$$

Il problema è che  $\varepsilon_{e2}$ , secondo le formule, non può essere noto prima di conoscere la larghezza fisica  $W_2$  della linea; occorre dunque una sua stima a priori ed eventualmente verificare in seguito la correttezza della stima.

Una prima stima grossolana che si può fare è che:

$$\varepsilon_{e2} \cong \varepsilon_r \quad \text{da cui} \quad Z_{02} \cdot \sqrt{\varepsilon_r} = 64.771 \cdot \sqrt{2.2} = 96.071$$

Siamo molto vicini al limite dei 89.91 ( in teoria dovremmo usare la formula con la costante A ), e considerando che vale in generale  $\varepsilon_e \leq \varepsilon_r$ , è possibile che tale valore di 96.071 possa ancora diminuire.

Una informazione ulteriore che possiamo sfruttare per la stima è che essendo  $\varepsilon_2 = f(W)$ ,  $W = f(Z)$ , e dato vale:

$$Z_1 > Z_2 > Z_3$$

di conseguenza

$$W_1 < W_2 < W_3$$

e ancora

$$\varepsilon_{e1} < \varepsilon_{e2} < \varepsilon_{e3}$$

Quindi, in conclusione, essendo  $\varepsilon_{e2}$  compresa tra  $\varepsilon_{e1}$  e  $\varepsilon_{e3}$ , possiamo stimarla con la media:

$$\varepsilon_{e2\_stima} = \frac{\varepsilon_{e1} + \varepsilon_{e3}}{2} = \frac{1.791 + 1.868}{2} = 1.83$$

da cui

$$Z_{02} \cdot \sqrt{\varepsilon_{e2\_stima}} = 64.771 \cdot \sqrt{1.83} = 87.615$$

Quella valutazione porta alla conclusione che per la sintesi di  $W_2$  occorre utilizzare la formula con la costante B, e valutare in seguito la correttezza dell'assunzione.

$$B = \frac{60 \cdot \pi^2}{Z_{02} \cdot \sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{60 \cdot \pi^2}{64.771 \cdot \sqrt{2.2}} = 6.164$$

$$W_2 = \frac{2}{\pi} \left\{ B_2 - 1 - \ln(2 \cdot B_2 - 1) + \frac{\varepsilon_r - 1}{2 \cdot \varepsilon_r} \left[ \ln(B_2 - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\varepsilon_r} \right] \right\} \cdot h =$$

$$= \frac{2}{\pi} \left\{ 6.164 - 1 - \ln(2 \cdot 6.164 - 1) + \frac{2.2 - 1}{2 \cdot 2.2} \left[ \ln(6.164 - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{2.2} \right] \right\} \cdot 0.7 \text{ mm} = 1.433 \text{ mm}$$

Questo risponde al primo quesito del testo.

Una volta nota la larghezza fisica della seconda linea posso passare alla sua analisi, come già fatto per le linee 1 e 3 all'inizio dell'esercizio, e verificare dapprima la correttezza dell'assunzione precedente e in seguito sintetizzare la lunghezza D.

Nota  $W_2$ , ricaviamo:

$$\varepsilon_{e2} = \frac{2.2 + 1}{2} + \frac{2.2 - 1}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{0.7 \text{ mm}}{1.433 \text{ mm}}}} \right] = 1.83$$

$$W_{e2} = 1.433 \text{ mm} + \left[ 1.393 + 0.667 \cdot \ln \left( \frac{1.433 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 1.444 \right) \right] \cdot 0.7 \text{ mm} = 2.992 \text{ mm}$$

e da queste

$$\beta_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} \cdot \sqrt{1.83} = 254.925 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\beta_2} = 24.647 \text{ mm}$$

$$Z_{02} = \frac{377 \text{ } \Omega}{\sqrt{1.83}} \cdot \frac{0.7 \text{ mm}}{2.992 \text{ mm}} = 65.227 \text{ } \Omega \quad (\text{nuovo valore})$$

$$\Delta \ell_2 = \left[ 0.412 \cdot \frac{1.83 + 0.3}{1.83 - 0.258} \cdot \frac{\frac{1.433 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 0.264}{\frac{1.433 \text{ mm}}{0.7 \text{ mm}} + 0.8} \right] \cdot 0.7 \text{ mm} = 0.317 \text{ mm}$$

Possiamo dapprima verificare se la stima fatta risulta ora essere corretta:

$$Z_{02} \cdot \sqrt{\varepsilon_{e2}} = 65.227 \cdot \sqrt{1.83} = 88.214 < 89.91$$

che dimostra la correttezza della stima e dell'uso della formula con la costante B.

Resta da calcolare la lunghezza D della seconda linea. Già sappiamo che:

$$D + \Delta \ell_{21} - \Delta \ell_{23} = \frac{\lambda_2}{4}$$

Occorre calcolare allungamenti e accorciamenti:

$\Delta \ell_{21}$  è l'allungamento della linea 2 nella discontinuità con la linea 1 (linea 2 più larga della linea 1, quindi formula dell' allungamento):

$$\Delta \ell_{21} = \Delta \ell_2 \cdot \frac{W_{e2}}{W_{e1} + W_{e2}} = 0.317 \cdot \frac{2.992}{2.406 + 2.992} = 0.176 \text{ mm}$$

$\Delta \ell_{23}$  è l'accorciamento della linea 2 nella discontinuità con la linea 3 (linea 2 più stretta della linea 3, quindi formula dell'accorciamento):

$$\Delta \ell_{23} = \Delta \ell_3 \cdot \frac{W_{e2}}{W_{e2} + W_{e3}} = 0.333 \cdot \frac{2.992}{2.992 + 3.771} = 0.147 \text{ mm}$$

infine

$$\frac{\lambda_2}{4} = \frac{24.647 \text{ mm}}{4} = 6.162 \text{ mm}$$

per cui

$$D = \frac{\lambda_2}{4} - \Delta \ell_{21} + \Delta \ell_{23} = 6.162 - 0.176 + 0.147 = 6.133 \text{ mm}$$